1040106 - A1

Class - X

MATHEMATICS

Time : **3 to 3½** hours
अधिकतम समय : **3** से **3½** घण्टे

Maximum Marks : **80**
अधिकतम अंक : **80**

Total No. of Pages : **13**
कुल पृष्ठों की संख्या : **13**

General Instructions :

1. **All** questions are **compulsory**.
2. The question paper consists of **34** questions divided into **four** sections **A, B, C** and **D**. **Section - A** comprises of **10** questions of **1 mark** each. **Section - B** comprises of **8** questions of **2 marks** each. **Section - C** comprises of **10** questions of **3 marks** each and **Section - D** comprises of **6** questions of **4 marks** each.
3. Question numbers **1** to **10** in **Section - A** are multiple choice questions where you are to select **one correct** option out of the given four.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in **1** question of **two marks**, **3** questions of **three marks** each and **2** questions of **four marks** each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is **not** permitted.
6. An additional **15** minutes time has been allotted to read this question paper only.

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं।
2. इस प्रश्न पत्र में **34** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों में **अ, ब, स** व **द** में विभाजित है। **खण्ड - अ** में **10** प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है। **खण्ड - ब** में **8** प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न **2** अंकों के हैं। **खण्ड - स** में **10** प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न **3** अंकों का है। **खण्ड - द** में **6** प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न **4** अंकों का है।
3. प्रश्न संख्या **1** से **10** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। दिए गए चार विकल्पों में से **एक सही** विकल्प चुनें।
4. इसमें कोई भी सर्वोपरि विकल्प नहीं है, लेकिन आंतरिक विकल्प **1** प्रश्न **2** अंकों में, **3** प्रश्न **3** अंकों में और **2** प्रश्न **4** अंकों में दिए गए हैं। आप दिए गए विकल्पों में से एक विकल्प का चयन करें।
5. कैलकुलेटर के प्रयोग **वर्जित** है।
6. इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए **15** मिनट का समय दिया गया है। इस अवधि के दौरान छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

SECTION – A

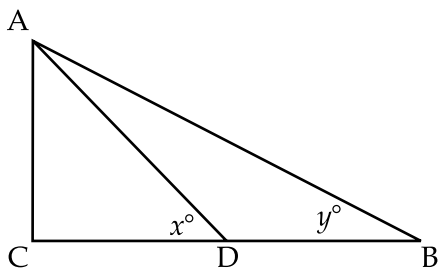
Question numbers 1 to 10 are of 1 mark each.

1. Euclid's division lemma states that for two positive integers a and b, there exist unique integers q and r such that $a = bq + r$, where r must satisfy –

(A) $1 < r < b$ (B) $0 < r \leq b$

(C) $0 \leq r < b$ (D) $0 < r < b$

2. In the adjoining figure, if D is mid point of BC, then the value of $\frac{\tan x^\circ}{\tan y^\circ}$ is :



(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

3. The decimal expansion of the rational number $\frac{31}{2^2.5}$ will terminate after :

(A) one decimal place (B) two decimal places

(C) three decimal places (D) more than 3 decimal places

4. The zeroes of the quadratic polynomial $x^2 + 99x + 127$ are :

(A) both positive (B) both negative

(C) one positive and one negative (D) both equal

5. The pair of linear equations $3x + 4y + 5 = 0$ and $12x + 16y + 15 = 0$ have :

(A) unique solution (B) many solutions

(C) no solution (D) exactly two solutions

6. If A is an acute angle in a right ΔABC, right angled at B, then the value of sinA + cosA is :

(A) equal to one (B) greater than one

(C) less than one (D) equal to two

7. If $x = 2\sin^2\theta$, $y = 2\cos^2\theta + 1$ then the value of $x + y$ is :

(A) 2 (B) 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

8. If $\cos(\alpha + \beta) = 0$, then $\sin(\alpha - \beta)$ can be reduced to :

(A) $\cos\beta$ (B) $\cos 2\beta$ (C) $\sin\alpha$ (D) $\sin 2\alpha$

9. If $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, $\angle A = 47°$, $\angle E = 83°$, the value of $\angle C$ is :

(A) 47° (B) 30° (C) 40° (D) 50°

10. The empirical relationship among the Median, Mode and Mean of a data is :

(A) mode = 3 median + 2 mean

(B) mode = 3 median − 2 mean

(C) mode = 3 mean − 2 median

(D) mode = 3 mean + 2 median

SECTION – B

Question numbers 11 to 18 carry 2 marks each.

11. Show that every positive even integer is of the form 2q and that every positive odd integer is of the form $2q + 1$, where q is some integer.

12. Solve $148x + 231y = 527$, $231x + 148y = 610$

OR

$\frac{4}{x} + 3y = 14$, $\frac{3}{x} - 4y = 23$

13. If α and $\frac{1}{\alpha}$ are the zeros of the polynomial $4x^2 - 2x + (k-4)$, find the value of k.

14. If $3\cot A = 4$, find the value of $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$

15. Write the following distribution as less than type cumulative frequency distribution :

C. I.	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
Frequency	5	3	4	3	3	4	7	9

16. Find the modal class and the median class for the following distribution :

C.I.	140 - 150	150 - 160	160 - 170	170 - 180	180 - 190
Frequency	6	28	48	30	8

17. In fig. 1, ST||QR. PQ = 6 cm, PR = 9 cm and PS = 2 cm. Find PT.

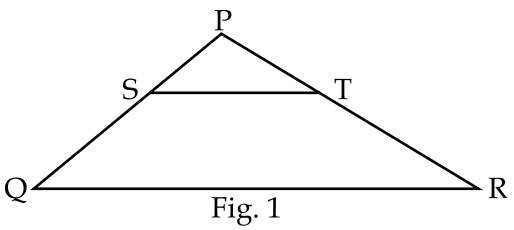


Fig. 1

18. In fig. 2, $\Delta ABE \cong \Delta ACD$. Prove that $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

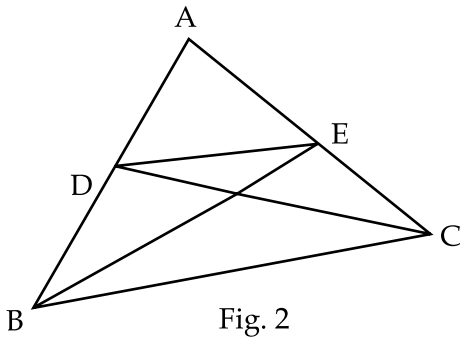


Fig. 2

SECTION – C

Question numbers 19 to 28 carry 3 marks each.

19. Prove that $2 + \sqrt{5}$ is an irrational number.

OR

Prove that $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ is an irrational number.

20. Show that 9^n can't end with 2 for any integer n.

21. If α, β are the two zeroes of the polynomial $6y^2 - 7y + 2$, find a quadratic polynomial whose zeroes are $\frac{1}{\alpha}$ and $\frac{1}{\beta}$.

22. In fig. 3, XYZ is a triangle right angled at Y, XY = 6 cm, $\angle XZY = 30°$. Find the length of YZ and ZX.

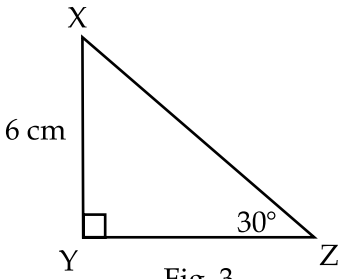


Fig. 3

23. If A, B, C are interior angles of ΔABC, show that :

$$\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \left(\frac{B+C}{2} \right) = 1 .$$

OR

Prove that : $\frac{\cot(90° - \theta)}{\tan\theta} + \frac{\operatorname{cosec}(90° - \theta) . \sin\theta}{\tan(90° - \theta)} = \sec^2\theta$.

24. Find the missing frequency for the given frequency distribution table, if the mean of the distribution is 18.

C.I.	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25
Frequency	3	6	9	13	f	5	4

25. Find the mode of the following frequency distribution :

Marks	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
No. of students	4	8	10	12	10	4	2

26. In fig. 4, ABC is an isosceles triangle right angled at B. Two equilateral triangles are constructed with side BC and AC. Prove that

$$\text{ar}\,\Delta BCD = \frac{1}{2}\,\text{ar}\,\Delta ACE$$

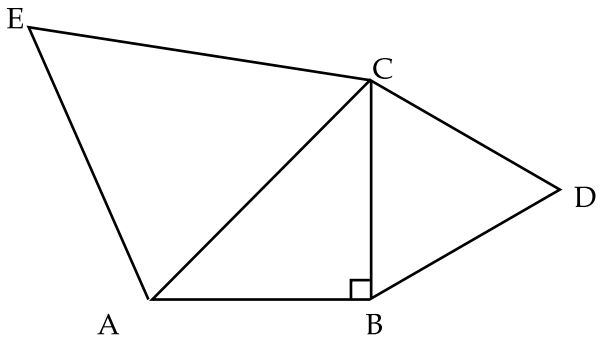


Fig. 4

27. In fig. 5, ABD is a triangle in which $\angle DAB = 90°$ and $AC \perp BD$. Prove that $AB^2 = BC \times BD$.

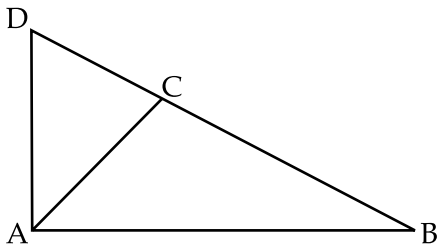


Fig. 5

28. The sum of the digits of a two digit number is 13. The number obtained by interchanging the digits of the given number exceeds that number by 27. Find the number.

OR

The ratio of incomes of two persons is 9 : 7 and the ratio of their expenditures is 4 : 3. If each of them manages to save Rs. 2000 per month, find their monthly incomes.

SECTION – D

Question numbers 29 to 34 carry 4 marks each.

29. Solve the following system of equations graphically and find the vertices of the triangle formed by these lines and the y-axis.

$3x + y - 5 = 0$, $2x - y - 5 = 0$

30. Draw more than ogive for the following frequency distribution and hence obtain the median.

Height (in cm)	135 - 140	140 - 145	145 - 150	150 - 155	155 - 160	160 - 165
No. of plants	4	7	18	11	6	4

31. In a triangle, if square of one side is equal to the sum of the squares of the other two sides, then the angle opposite the first side is a right angle. Prove this statement.

OR

Prove that the ratio of the areas of the two similar triangles is equal to the square of the ratio of their corresponding sides.

32. Find all the zeros of the polynomial $2x^4 + 7x^3 - 19x^2 - 14x + 30$ if two of its zeros are $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$.

33. Prove that

$$\frac{\tan\theta - 1 + \sec\theta}{\tan\theta + 1 - \sec\theta} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$$

OR

If $\tan\theta + \sin\theta = m$ and $\tan\theta - \sin\theta = n$, show that $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.

34. Prove that $\sqrt{\dfrac{\text{cosecA} + 1}{\text{cosecA} - 1}} = \text{secA} + \text{tanA}$

- o 0 o -

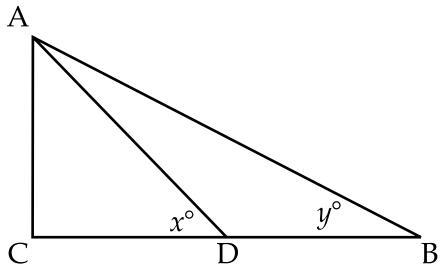
खण्ड-अ

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।

1. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका के कथन से दो धनात्मक पूर्णांक a तथा b में दो अद्वितीय पूर्णांक q तथा r इस प्रकार है कि $a = bq + r$ जहाँ r जरूर सन्तुष्ट करे :

(A) $1 < r < b$ (B) $0 < r \leq b$ (C) $0 \leq r < b$ (D) $0 < r < b$

2. दिये गये चित्र में बिन्दु D भूजा BC का मध्य बिन्दु है। तब $\frac{\tan x^\circ}{\tan y^\circ}$ का मान होगा।



(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

3. $\frac{31}{2^2.5}$ का दशमलव प्रसार सांत होगा :

(A) एक दशमलव स्थान पर (B) दो दशमलव स्थान पर

(C) तीन दशमलव स्थान पर (D) तीन से अधिक दशमलव स्थान पर

4. $x^2 + 99x + 127$ द्विघात बहुपद के शून्यक होंगे :

(A) दोनों धनात्मक (B) दोनों ऋणात्मक

(C) एक धनात्मक और एक ऋणात्मक (D) दोनों बराबर

5. रेंखिक समीकरण युग्म $3x + 4y + 5 = 0$ तथा $12x + 16y + 15 = 0$ के हल हैं :

(A) अद्वितीय हल (B) बहुत हल

(C) कोई हल नहीं (D) ठीक दो हल

6. ΔABC में जिसका $\angle B$ समकोण है। तथा $\angle A$ न्यूनकोण है तब $\sin A + \cos A$ का मान होगा :

(A) 1 के बराबर (B) 1 से बड़ा (C) 1 से छोटा (D) 2 के बराबर

7. यदि $x = 2\sin^2\theta$, $y = 2\cos^2\theta + 1$ तब $x + y$ का मान है :

(A) 2 (B) 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

8. यदि $\cos(\alpha + \beta) = 0$ तो $\sin(\alpha - \beta)$ को संक्षेप में लिखा जा सकता है :

(A) $\cos\beta$ (B) $\cos 2\beta$ (C) $\sin\alpha$ (D) $\sin 2\alpha$

9. यदि $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, $\angle A = 47°$, $\angle E = 83°$ तब $\angle C$ का मान है :

(A) 47° (B) 30° (C) 40° (D) 50°

10. बहुलक, माध्यिका तथा माध्य का आपसी सम्बन्ध है :

(A) बहुलक = 3 माध्यिका + 2 माध्य (B) बहुलक = 3 माध्यिका − 2 माध्य

(C) बहुलक = 3 माध्य − 2 माध्यिका (D) बहुलक = 3 माध्य + 2 माध्यिका

खण्ड-ब

प्रश्न संख्या 11 से 18 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है :

11. दर्शाइये कि प्रत्येक धनात्मक सम पूर्णांक $2q$ के रूप में तथा प्रत्येक धनात्मक विषम पूर्णांक $2q+1$ के रूप में होता है जहाँ q एक पूर्णांक है।

12. हल करो : $148x + 231y = 527$, $231x + 148y = 610$

या

$$\frac{4}{x} + 3y = 14, \quad \frac{3}{x} - 4y = 23$$

13. यदि α तथा $\frac{1}{\alpha}$ बहुपद $4x^2 - 2x + (k-4)$ के शून्यक हों तो k का मान ज्ञात करो।

14. यदि $3\cot A = 4$ तो मान ज्ञात करो $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$

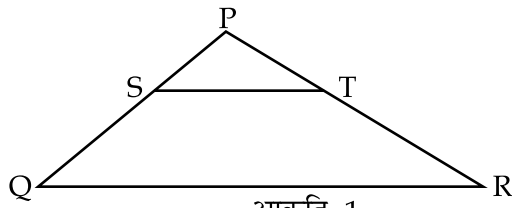
15. निम्न बांरबारता बंटन को 'कम प्रकार के' संचयी बारंबारता बंटन के रूप में लिखो।

वर्ग अन्तराल	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
बारंबारता	5	3	4	3	3	4	7	9

16. निम्न बंटन का बहुलक तथा माध्यिका वर्ग ज्ञात करो :

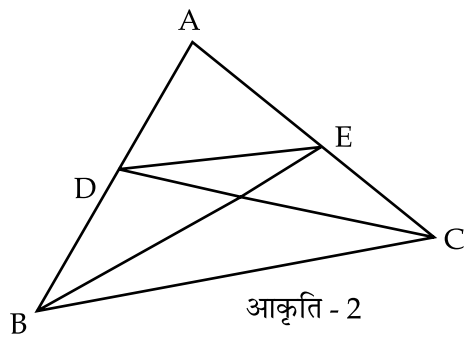
वर्ग अन्तराल	140 - 150	150 - 160	160 - 170	170 - 180	180 - 190
बारंबारता	6	28	48	30	8

17. आकृति (1) में $ST \| QR$, $PQ = 6$ सेमी, $PR = 9$ सेमी तथा $PS = 2$ सेमी. तो PT निकालिये।



आकृति -1

18. आकृति (2) में $\Delta ABE \cong \Delta ACD$, सिद्ध कीजिए $\Delta ADE \sim \Delta ABC$



आकृति - 2

खण्ड-स

प्रश्न संख्या 19 से 28 प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

19. सिद्ध कीजिये कि $2+\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

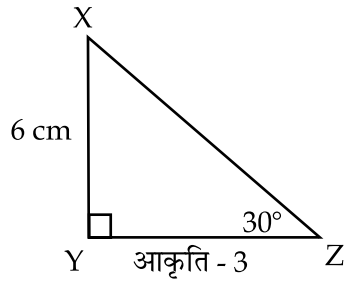
या

सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

20. दर्शाइये कि 9^n के विस्तार की समाप्ति 2 पर नहीं हो सकती जहाँ n एक पूर्णांक है।

21. यदि α, β बहुपद $6y^2-7y+2$ के शून्यक हों, तो वह द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ तथा $\frac{1}{\beta}$ हों।

22. आकृति (3) में XYZ एक समकोण त्रिभुज है। जिसका $\angle Y$ समकोण है। यदि $XY=6$ सेमी, $\angle XZY=30°$ तो YZ तथा ZX की लम्बाई ज्ञात करो।



आकृति - 3

23. यदि A, B, C किसी ΔABC के अन्त: कोण हों तो दर्शाइये

$$\cos^2\frac{A}{2}+\cos^2\left(\frac{B+C}{2}\right)=1.$$

या

सिद्ध कीजिए : $\frac{\cot(90°-\theta)}{\tan\theta}+\frac{\operatorname{cosec}(90°-\theta).\sin\theta}{\tan(90°-\theta)}=\sec^2\theta$

24. निम्न बारंबारता बंटन सारणी से अज्ञात बारंबारता ज्ञात कीजिए, यदि इस बंटन का माध्य 18 हो।

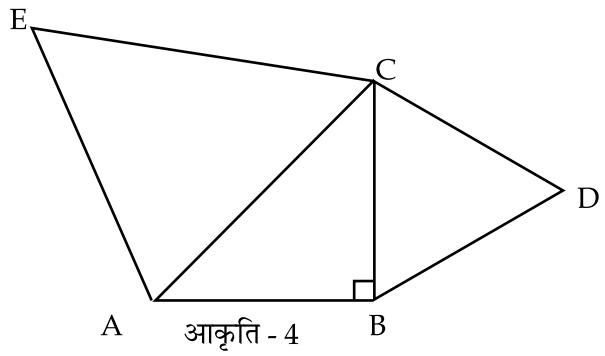
वर्ग अन्तराल	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25
बारंबारता	3	6	9	13	f	5	4

25. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

प्राप्तांक	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
विद्यार्थियों की संख्या	4	8	10	12	10	4	2

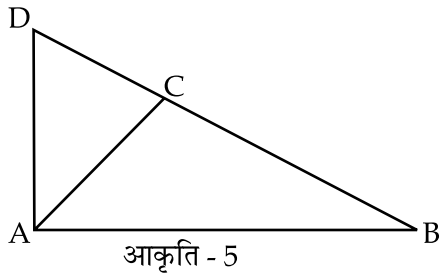
26. आकृति (4) में, ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका $\angle B$ समकोण है। दो समत्रिबाहु त्रिभुज BC तथा AC भुजा पर रचना की गयी, तो सिद्ध कीजिए :

क्षेत्रफल $\Delta BCD = \frac{1}{2}$ क्षेत्रफल ΔACE



आकृति - 4

27. आकृति (5) में ΔABD में $\angle DAB = 90°$ तथा $AC \perp BD$ तो सिद्ध कीजिए $AB^2 = BC \times BD$.



आकृति - 5

28. दो अंकों से बनी संख्या के अंकों का योग 13 है, संख्या के अंकों को उलटने से बनी संख्या पहली संख्या से 27 अधिक है, तो संख्या ज्ञात करो।

या

दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9 : 7 और उनके खर्चे का अनुपात 4 : 3 है। यदि दोनों ही व्यक्ति प्रति मास 2000 रु. की बचत कर लेते हैं, तो उनकी मासिक आमदनी ज्ञात करें।

खण्ड-द

प्रश्न संख्या 29 से 34 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

29. निम्न रैखिक समीकरणों को ग्राफ द्वारा हल करो तथा त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात करो जो दोनों रेखायें तथा y-अक्ष के द्वारा बनता है।

$3x + y - 5 = 0, \quad 2x - y - 5 = 0$

30. निम्न बारंबारता बंटन का 'से अधिक प्रकार' का तोरण खींचिए तथा माध्यिका ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई (सेमी.में)	135 - 140	140 - 145	145 - 150	150 - 155	155 - 160	160 - 165
पौधों की संख्या	4	7	18	11	6	4

31. सिद्ध कीजिए यदि किसी त्रिभुज में एक भुजा का वर्ग शेष अन्य दो भुजा के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा के ठीक सामने का कोण समकोण होता है।

या

सिद्ध कीजिए दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनके संगत भुजा के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

32. $2x^4 + 7x^3 - 19x^2 - 14x + 30$ के सभी शून्यक ज्ञात करो यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ दिये हों।

33. सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\tan\theta - 1 + \sec\theta}{\tan\theta + 1 - \sec\theta} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$$

या

यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$ तथा $\tan\theta - \sin\theta = n$ तो दर्शाइये $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.

34. सिद्ध कीजिए : $\sqrt{\dfrac{\text{cosec}A + 1}{\text{cosec}A - 1}} = \sec A + \tan A$

- o 0 o -